

## Источником всех законов сохранения является закон сохранения движения

### СОДЕРЖАНИЕ.

1. Закон сохранения энергии как следствие закона сохранения движения.
2. Современные формы записи уравнения состояния.
3. Две записи обобщенного уравнения состояния.
4. Вывод закона сохранения энергии из уравнения состояния.
5. Различные законы сохранения – следствия закона сохранения энергии.
6. Закон сохранения импульса силы – следствие закона сохранения энергии.
7. Закон сохранения импульса вращающего момента – следствие закона сохранения энергии.
8. Закон сохранения углового момента – следствие закона сохранения импульса вращающего момента.
9. Закон сохранения момента импульса – следствие закона сохранения углового момента.
10. Закон сохранения собственного момента импульса вращающегося тела.
11. Закон сохранения орбитального момента импульса тела.
12. Выводы.

#### 1. Закон сохранения энергии как следствие закона сохранения движения.

Закон сохранения энергии – фундаментальный закон природы. Его содержание наиболее кратко раскрывается в Словаре естественных наук (Глоссарий.ру): “Энергия любой замкнутой системы при всех процессах, происходящих в системе, остается постоянной. Энергия может только превращаться из одной формы в другую и перераспределяться между частями системы. Для незамкнутой системы увеличение/уменьшение ее энергии равно убыли/возрастанию энергии взаимодействующих с ней тел и физических полей.” Закон сохранения энергии вытекает в качестве следствия из обобщенного уравнения состояния физической системы. Это уравнение положено также в основу предлагаемой систематизации физических величин.

Энергия в современной физике считается только скалярной величиной, то есть характеризует движение материи лишь количественно. Однако закон сохранения энергии можно понимать не только с количественной точки зрения, энергия может быть и векторной величиной. Закон сохранения энергии является частным случаем более общего закона сохранения движения, учитывающего не только сохранение количества энергии, но и сохранение направления движения. Именно *закон сохранения движения отражает не только вечное существование материи, но и вечное ее движение.*

#### 2. Современные формы записи уравнения состояния.

В справочнике по физике (Б.Яворский и А.Детлаф, 1990) закон сохранения энергии вытекает из уравнения состояния замкнутой термодинамической системы:

$$W = W_k + W_p + U \quad , \quad (1)$$

где  $W$  – полная энергия системы;  $W_k$  – кинетическая энергия системы в целом;  $W_p$  – потенциальная энергия системы в целом;  $U$  – внутренняя энергия системы. Смысл слов “в целом” состоит в том, что значения кинетической энергии и потенциальной энергии во всех формах движения системы просуммированы друг с другом.

Уравнение (1) можно распространить и на незамкнутые системы, если записать его не в абсолютных значениях величин, а в их приращениях в виде:

$$dW = \sum_i (dW_k)_i + \sum_i (dW_p)_i + \sum_i (dU)_i . \quad (2)$$

Уравнения (1) и (2) указывают на то, что внутри системы энергия может переходить из одного вида энергии в другой (из кинетической энергии в потенциальную) и наоборот при неизменности внутренней энергии, а также переходить из внутренней энергии в кинетическую и потенциальную энергии. Форма записи (1) не учитывает возможность перехода энергии из одной формы движения в другую, то есть не принимает во внимание классификацию энергии по формам и видам.

В уравнениях (1) и (2) не отражена также энергия диссипации, являющаяся одним из видов любой формы энергии. То есть уравнения (1) и (2) приемлемы лишь для консервативных систем. Для таких систем запись уравнения состояния приведена, например, у В.Сычёва (1970):

$$dW = \left( \frac{\partial W}{\partial q_1} \right)_0 dq_1 + \left( \frac{\partial W}{\partial q_2} \right)_0 dq_2 + \dots = \sum_{i=1}^n dW_i . \quad (3)$$

где  $dq_i$  – приращение координаты состояния  $i$ -ой системы. Уравнение (3) отличается от уравнения (1) тем, что учитывает возможность перехода энергии из одной формы движения в другую форму внутри системы, но оно не учитывает возможность перехода из одного вида энергии в другой вид внутри формы движения. Поэтому уравнение состояния в форме (3) может быть применено лишь для одной формы движения.

Для полного учета всех форм энергии в уравнение состояния должна быть добавлена сумма приращений энергии, вызванных изменением состояния системы под влиянием разных форм физического поля. Тогда уравнение состояния примет такой обобщенный вид:

$$dW = \sum_i U_i dq_i + \sum_j U_j dq_j , \quad (4)$$

где  $i$  – число форм движения;  $j$  – число форм физического поля.

### 3. Две записи обобщенного уравнения состояния.

Вид обобщенного уравнения состояния зависит от того, что рассматривается: состояние физической системы или состояние процесса в этой системе. Классификация физических систем подразделяет системы на непроточные, проточные и комплексные.

Для непроточных систем приемлем (И.Коган, 1998) такой вид записи обобщенного уравнения состояния:

$$\sum_{i=1}^n U_i dq_i = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{k=0}^m a_{ki} \frac{d^k q_i}{dt^k} \right) dq_i = dW \quad (5)$$

где  $n$  – число форм движения (соответственно, форм энергии) в системе;  $k$  – порядок производной по времени в обобщенном уравнении динамики;  $m$  – число учитываемых видов энергии в форме энергии;  $a_i$  – конструктивный параметр  $i$ -ой формы движения;  $U_i = (\partial W / \partial t)_0$  – модуль разности потенциалов между системой и средой для  $i$ -ой формы движения. В уравнении (1) сумма скалярных произведений  $\Delta U_i dq_i$  равна изменению энергообмена  $dW$  между системой и окружающей средой. Впоследствии  $U_i$  стало записываться, как  $\Delta P_i$ .

В проточных системах изменение координаты состояния  $dq_i$  на входе в систему компенсируется изменением координаты состояния  $dq_i$  другого знака на выходе из системы. Поэтому в проточных системах изменение координаты состояния системы  $dq_i$  отсутствует. В проточных системах речь идет о векторной величине – перемещающемся энергоносителе  $dq_i$ . Сумму произведений скалярных величин в уравнении (5) следует заменить суммой скалярных произведений векторных величин:

$$dW = \sum_i \Delta P_i dq_i \quad (6)$$

где  $\Delta P_i$  – векторная разность потенциалов между системой и средой. Разделив и умножив уравнение (6) на  $dt$ , получим уравнение:

$$dW = \sum_i (\Delta P_i dt)(dq_i / dt) \quad (7)$$

Первый сомножитель в уравнении (7) является векторным приращением **импульса разности потенциалов**  $dS_i$  в  $i$ -ой форме движения, определяемого уравнением:

$$dS_i = \Delta P_i dt \quad (8)$$

А под производной  $(dq_i / dt)$  понимается скорость перемещения энергоносителей через систему. В итоге уравнение (7) можно записать в виде:

$$dW = \sum_i dS_i (dq_i / dt) \quad (9)$$

Уравнение (9) показывает, что изменение энергообмена системы в целом можно приравнять сумме произведений импульсов разностей потенциалов на скорости перемещения энергоносителей любых форм движения системы.

#### **4. Вывод закона сохранения энергии из уравнения состояния.**

Из допущения об отсутствии изменения энергии системы  $dW = 0$  следует, что полная энергия системы  $W = \text{const}$  без учета того, движется система или нет. Это и есть математическое содержание **закона сохранения энергии**.

В том случае, когда система движется и необходимо учитывать направление ее движения, равенство  $W = \text{const}$  означает, что направление движения остается неизменным. Это и есть математическое содержание **закона сохранения движения**.

#### **5. Различные законы сохранения – следствия закона сохранения энергии.**

В современной физике считается общепризнанным, что в природе существуют три основных закона сохранения: энергии, импульса и момента импульса. Покажем, что из обобщенного уравнения состояния вытекает только закон сохранения энергии, а другие законы сохранения вытекают из этого уравнения лишь в качестве частных случаев при пренебрежении какими-то видами и формами энергии.

Приведем примеры. Пусть изменение энергообмена происходит только в одной форме движения – механической, в которой рассматриваются только два вида энергии – кинетическая и потенциальная. Тогда уравнение (1) сокращается до уравнения, из которого вытекает **закон сохранения механической энергии**.

Если предположить, что изменение энергообмена системы со средой происходит только в двух формах движения: механической и тепловой, и что при этом процесс энергообмена рассматривается только для равновесной системы, то уравнение (1) сокращается до уравнения, именуемого **первым началом термодинамики**.

Разность потенциалов  $\Delta P$  можно раскрыть с помощью обобщенного уравнения динамики. Приравнивание  $\Delta P$  в этом уравнении приводит к **закону сохранения**

обобщенной координаты состояния, частным случаем которого является закон сохранения обобщенного заряда. А частными случаями последнего являются закон сохранения электрического заряда и закон сохранения гравитационного заряда (закон сохранения гравитационной массы).

#### **6. Закон сохранения импульса силы – следствие закона сохранения энергии.**

Закон сохранения импульса основан на равенстве  $dW = 0$ , поскольку из уравнения (9) следует, что и импульс силы  $dS = 0$ . Это и есть математическое содержание закона сохранения импульса силы.

Закон сохранения импульса справедлив только в одной форме движения – механической прямолинейной. Только при рассмотрении этой формы движения уравнение (6) можно записать в виде:

$$dW = \sum_i \mathbf{F}_i dx_i, \quad (10)$$

где  $\mathbf{F}_i$  – действующая на систему  $i$ -ая сторонняя сила, соответствующая разности потенциалов  $\Delta U_i$ ;  $dx_i$  – линейное перемещение системы под воздействием  $i$ -ой сторонней силы. Рассматривая только одну  $i$ -ую стороннюю силу, можно для упрощения опустить нижний индекс. Введя фактор времени, уравнение (10) можно записать так:

$$dW = (\mathbf{F}dt)(dx/dt) = dS \mathbf{v}, \quad (11)$$

где  $dS = \mathbf{F} dt$  – приращение импульса силы  $\mathbf{F}$ ;  $\mathbf{v}$  – линейная скорость системы. При  $dW = 0$  скорость системы  $\mathbf{v}$  не обязательно должна быть равной 0. Значит, изменение импульса силы  $dS = 0$ , отсюда и изменение импульса системы  $d\mathbf{p} = 0$  и  $\mathbf{p} = \text{const}$ . Этот вывод и является законом сохранения импульса движущегося тела.

Физическое содержание закона сохранения импульса тела с учетом сделанных замечаний заключается в следующем. *Если замкнутая движущаяся механическая система (тело) содержит несколько недеформируемых тел, движущихся прямолинейно без внешнего диссипативного сопротивления с разными по значению и направлению скоростями, то их суммарный импульс не изменяется при изменении скоростей или масс движущихся внутри системы тел.*

Закон сохранения импульса тела может работать лишь в микромире, где можно пренебречь жесткостью элементарных частиц и вязким сопротивлением окружающей их полевой среды. В микромире можно обойтись без понятия "масса", ограничившись лишь понятием "импульс".

В механической прямолинейной форме движения в макромире приращение импульса действующей на систему силы  $\mathbf{F}$  равно сумме приращений импульсов трех противодействующих сил: импульса силы жесткого сопротивления, импульса силы диссипативного сопротивления и импульса силы инерции. В том случае, когда импульсами двух первых сил можно пренебречь, приращение импульса действующей силы  $\mathbf{F}$  становится равным приращению **импульса силы инерции**. И лишь это приращение равно приращению импульса тела  $d\mathbf{p}$ .

Лишь в этом частном случае при  $dS = 0$  становится равным нулю и приращение импульса тела  $d\mathbf{p} = 0$ , и тогда  $\mathbf{p} = \text{const}$ . Таким образом, закон сохранения импульса выполняется только в механической прямолинейной форме движения, а внутри этой формы движения касается только одного вида энергии – кинетической энергии.

Отсюда следует, что неверно говорить о всеобщности закона сохранения импульса. Следует иметь в виду, что речь идет только о прямолинейном движении, да еще при пренебрежении деформацией тела и диссипативным сопротивлением окружающей среды.

## 7. Закон сохранения импульса вращающего момента – следствие закона сохранения энергии.

Если рассматривать в качестве  $i$ -ой формы движения вращательную форму движения, то уравнение (6) запишется в виде:

$$dW = M d\varphi, \quad (12)$$

где  $M$  – разность потенциалов во вращательной форме движения, то есть вращающий момент;  $d\varphi$  – изменение угла поворота системы. Введя фактор времени, уравнение (12) можно записать так:

$$dW = (Mdt)(d\varphi/dt) = dS_M \omega, \quad (13)$$

где  $dS_M$  – изменение импульса вращающего момента;  $\omega$  – угловая скорость вращающейся системы. Изменение  $dS_M$  можно раскрыть в виде суммы импульсов противодействующих моментов, в которых силы инерции представляет **вращательная инертность** системы  $J_z$ , не совсем точно называемая **моментом инерции**. Нижний индекс обычно указывает на ось вращения, вокруг которой происходит вращение. Момент инерции определяют по уравнению:

$$J_z = \sum_i m_i r_i^2 = m R^2, \quad (14)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -ой части вращающейся системы;  $r_i$  – радиус центра масс  $i$ -ой части вращающейся системы;  $m$  – общая масса вращающейся системы;  $R = \sqrt{(J_z / m)}$  – радиус инерции вращающейся системы. Величину

$$L_z = J_z \omega \quad (15)$$

называют **угловым моментом** вращающейся системы.

Изменение импульса вращающего момента  $dS_M$  должно учитывать, кроме изменения углового момента  $dL_z$ , еще противодействие жесткости вращающегося тела при деформировании и сопротивление окружающей среды. Поэтому  $dS_M$  и  $dL_z$  друг другу не равны. Запись второго закона Ньютона применительно к вращательной форме движения в виде

$$J_z d\varepsilon = M, \quad (16)$$

где  $\varepsilon$  – угловое ускорение, является приближенной.

При  $dW = 0$  изменение импульса вращающего момента  $dS_M = 0$ , откуда  $S_M = \text{const}$ . Этот вывод называется **законом сохранения импульса вращающего момента**. Он является следствием закона сохранения энергии во вращательной форме движения.

## 8. Закон сохранения углового момента – следствие закона сохранения импульса вращающего момента.

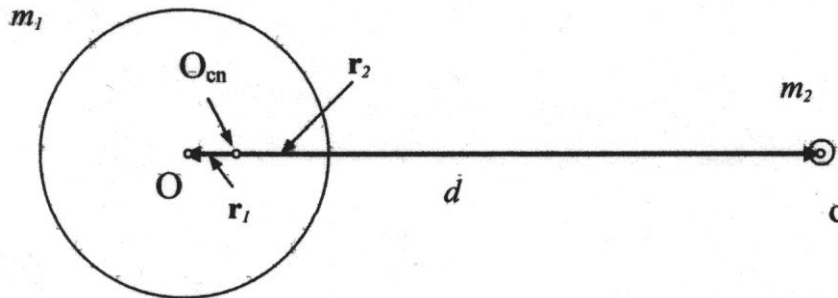
При  $S_M = \text{const}$  изменение углового момента  $dL_z = J_z d\omega$ , исходя из уравнения (15), может быть приравнено изменению импульса вращающего момента  $dS_M$ . При  $dS_M = 0$  также  $dL_z = 0$ , из чего следует,  $L_z = \text{const}$ , поскольку ни угловая скорость  $\omega$ , ни момент инерции вращающейся системы  $J_z$  нулю не равны. Этот вывод и определяет физическое содержание **закона сохранения углового момента**, являющегося следствием закона сохранения импульса вращающего момента.

Физическое содержание закона сохранения углового момента можно сформулировать так: *в замкнутой недеформирующейся системе, вращающейся без*

**изменения внешнего сопротивления, любое изменение момента инерции системы вызывает изменение ее угловой скорости.**

Закон сохранения углового момента выполняется только во вращательной форме движения, а внутри этой формы движения касается только одного вида энергии – кинетической энергии. Но он может применяться и к системе тел, совместно вращающихся вокруг общего центра вращения.

Рассмотрим простейший вариант, показанный на рисунке, когда система состоит из двух тел с массами  $m_1$  и  $m_2$ , причем  $m_2 < m_1$ . Расстояние между центрами масс двух тел равно  $d$ . Центр вращения системы  $O_{\text{сн}}$  лежит на прямой, соединяющей центры масс  $O$  и  $o$ .



Пусть оба тела вращаются вокруг собственных центров с угловыми скоростями  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Одновременно с этим пусть система из двух тел вращается с угловой скоростью  $\omega$  вокруг общей оси вращения  $Oz$ , перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через общий центр  $O_{\text{сн}}$ . Псевдовекторы  $\omega$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  также перпендикулярны плоскости рисунка. Момент инерции  $i$ -го тела  $J_{zi}$  можно определить по **теореме Штайнера**:

$$J_{zi} = J_{zsi} + m_i r_i^2, \quad (17)$$

где  $J_{zsi}$  – собственный момент инерции  $i$ -го тела;  $m_i$  – масса  $i$ -го тела;  $r_i$  – расстояние от оси  $Oz$  до собственной оси вращения  $i$ -го тела.

Если векторы  $\omega_1$  и  $\omega_2$  не параллельны друг другу, то каждый из них следует разложить на два вектора: параллельный и перпендикулярный вектору  $\omega$ . Теорема Штайнера учитывает только компоненты векторов  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , параллельные вектору  $\omega$ . Подставив в уравнение (15)  $J_{zi}$  из уравнения (17), приходим к уравнению

$$L_z = [(J_{zs})_1 + m_1 r_1^2] \omega + [(J_{zs})_2 + m_2 r_2^2] \omega, \quad (18)$$

которое при  $L_z = \text{const}$  приводит к закону сохранения углового момента системы из нескольких тел.

## **9. Закон сохранения момента импульса – следствие закона сохранения углового момента.**

Так как широко применяющийся в физике **закон сохранения момента импульса** выводится с помощью закона сохранения углового момента, то о всеобщности закона сохранения момента импульса можно говорить лишь с большим приближением.

Закон сохранения момента импульса относится лишь к орбитальной форме движения, которая состоит из сочетания различных форм движения: прямолинейных и вращательных. В этой форме движения мы приходим к **закону сохранения момента импульса** лишь при условии пренебрежения моментом жесткого сопротивления тела и моментом диссипативного сопротивления окружающей среды, а также при условии пренебрежения собственным моментом инерции тела (спином).

Рассмотрим это с помощью приведенного выше примера. Пусть собственные моменты инерции тел  $(J_{zs})_i$  пренебрежимо малы по сравнению со вторыми слагаемыми в

теореме Штайнера, то есть, предположим, что собственными угловыми моментами тел, составляющих систему, можно пренебречь. Тогда уравнение (18) можно будет переписать в виде

$$\mathbf{L}_z = m_1 r_1^2 \boldsymbol{\omega} + m_2 r_2^2 \boldsymbol{\omega} . \quad (19)$$

Угловая скорость системы из нескольких тел может быть определена по любой из составных частей системы по уравнению

$$\boldsymbol{\omega} = [\mathbf{e}_{ri} (\mathbf{v}_{ti} / r)] , \quad (20)$$

где  $\mathbf{v}_{ti}$  – касательная скорость центра вращения  $i$ -го тела относительно общего центра вращения  $O_{cn}$ ;  $\mathbf{e}_{ri}$  – орт  $i$ -го радиуса, проведенный из  $O_{cn}$ . Уравнение (19) после введения в него угловой скорости по уравнению (20) запишется в виде:

$$\mathbf{L}_z = m_1 r_1 [\mathbf{e}_r \mathbf{v}_{t1}] + m_2 r_2 [\mathbf{e}_r \mathbf{v}_{t2}] . \quad (21)$$

Если ввести  $m$  и  $r$  в квадратные скобки и учесть, что  $r \mathbf{e}_r = \mathbf{r}$ , то приходим к

$$\mathbf{L}_z = [\mathbf{r}_1 (m_1 \mathbf{v}_{t1})] + [\mathbf{r}_2 (m_2 \mathbf{v}_{t2})] . \quad (22)$$

Векторную величину  $(m\mathbf{v})$  называют **импульсом** и обозначают символом  $\mathbf{p}$ . А величину  $[\mathbf{r} \mathbf{p}] = [\mathbf{r} (m\mathbf{v})]$  называют в физике **моментом импульса**. Так что уравнение (22) обычно записывают в виде

$$\mathbf{L}_z = \sum_i [\mathbf{r}_i (m_i \mathbf{v}_{ti})] = \sum_i [\mathbf{r}_i \mathbf{p}_i] . \quad (23)$$

Из уравнения (23) и вытекает **закон сохранения момента импульса**. Сравнение уравнений (18) и (23) показывает, что угловой момент и момент импульса вращающейся составной системы друг другу не равны. И уж, во всяком случае, синонимами не являются, как об этом часто пишется. Ведь к уравнению (23) приходят при условии пренебрежения собственными моментами инерции тел, составляющих систему. Это, а также идентичность символов  $\mathbf{L}_z$ , является причиной того, что между угловым моментом и моментом импульса часто совершенно не обосновано ставят знак равенства. И в каждом случае применения символа  $\mathbf{L}_z$  следует пояснять, что имеется в виду.

Физическое содержание закона сохранения момента импульса системы, состоящей из не вращающихся тел, заключается в следующем. Если замкнутая система содержит несколько недеформируемых и не вращающихся вокруг своего центра тел разной массы, движущихся без внешнего сопротивления по орбитам разного радиуса вокруг общего центра с одинаковыми угловыми скоростями, то их суммарный момент импульса не изменяется при изменении масс, касательных скоростей и радиусов кривизны орбит движущихся внутри системы тел.

#### 10. Закон сохранения собственного момента импульса вращающегося тела.

Любое вращающееся тело можно представить в виде интегральной суммы вращающихся участков тела. Тогда момент импульса вращающегося тела как целого также определяется по уравнению (23) и называется **собственным моментом импульса** вращающегося тела. В этом случае уравнение (23) приводит к **закону сохранения собственного момента импульса** вращающегося тела.

Собственный момент импульса может являться синонимом углового момента, только если речь идет о системе, которую можно рассматривать как сумму вращающихся

подсистем. Если же систему необходимо рассматривать как единое целое, то следует говорить только об угловом моменте системы.

Если необходимо учесть собственные моменты импульса вращающихся тел, входящих в замкнутую вращающуюся систему, то закон сохранения момента импульса уже не вытекает из уравнения (23). Следует вернуться к уравнению (18) и записать:

$$\mathbf{L}_z = \sum_i (J_{zi} \boldsymbol{\omega}_{\Pi i} + [\mathbf{r}_i \mathbf{p}_i]) , \quad (24)$$

где под  $\boldsymbol{\omega}_{\Pi i}$  подразумеваются параллельные  $\boldsymbol{\omega}$  компоненты векторов  $\boldsymbol{\omega}_i$ . А перпендикулярные  $\boldsymbol{\omega}$  компоненты векторов  $\boldsymbol{\omega}_i$  не вносят свой вклад в суммарный момент импульса вращающейся системы. Уравнение (24) приводит к **закону сохранения момента импульса** замкнутой системы с учетом собственных моментов импульса вращающихся тел, составляющих систему.

### 11. Закон сохранения орбитального момента импульса тела.

Наконец, если в системе, движущейся по орбите с постоянной по модулю касательной скоростью, изменение энергообмена  $dW = 0$ , то, можно говорить о том, что изменение модуля импульса касательной силы  $dS_\tau$  и изменение модуля касательного импульса тела  $dp_\tau$  равны нулю, и это приводит к **закону сохранения орбитального момента** движущейся по орбите вращающейся системы.

Говорить следует при этом именно о модулях  $dS_\tau$  и  $dp_\tau$ , потому что вектор касательной скорости  $\mathbf{v}_\tau$ , являющийся множителем импульса тела, не меняется в данном случае только по модулю. В то же время каждое мгновение касательная скорость  $\mathbf{v}_\tau$ , а вместе с ней импульс, меняются по направлению. Однако при этом векторное произведение  $[\mathbf{r}_i \mathbf{p}_i]$  из уравнения (24) остается постоянным как по модулю, так и по направлению.

### 12. Выводы.

Как видно из всех приведенных примеров, рассмотрение законов сохранения импульса тела и момента импульса тела, как самостоятельных законов наравне с законом сохранения энергии, неверно. Указанные законы выводятся при существенных упрощениях.

Законы сохранения импульса тела и момента импульса тела, прекрасно работающие в микромире, нельзя переносить в макромир, не рассмотрев возможность учета сжимаемости тел и диссипативного сопротивления окружающей среды.

Несомненно, что те многочисленные законы сохранения, которые применяются в физике, в частности, в атомной физике, тоже являются следствиями закона сохранения энергии.